SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[1/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Xác định dạng của tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thỏa mãn
$$(5a-3b+4c)(5a-3b-4c)=(3a-5b)^2.$$
2. Cho p và q khác nhau thỏa mãn $p^3-3pq^2+2q^3=0$. Tính giá trị biểu thức
$$B=\frac{p^2-2016pq}{q^2-2017pq}.$$
3. Tìm các hệ số m, n để đa thức sau chia cho $x-2$ dư 3, chia cho $x+2$ dư -5.
$$A=x^3+5x^2+mx+n$$

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Tìm cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $4x^2-12xy+2y^2+12x-6y+8=0$ sao cho y nhỏ nhất.
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^3-y^3=xy+8$.
3. Cho ba số a,b,c có tổng chia hết cho 4. Chứng minh $(a+b)(b+c)(c+a)-abc$ chia hết cho 4.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Rút gọn biểu thức $Q=\frac{a^3}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3}{(b-a)(b-c)}+\frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$.
2. Cho $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}$. Chứng minh rằng trong ba số a,b,c tồn tại hai số bằng nhau.
3. Tìm tất cả các bộ ba số $(x;y;z)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y+z=6\\x^2+y^2+z^2=12\end{cases}$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D có $CD=2AB$. Gọi H là hình chiếu của điểm D trên đường chéo AC, M là trung điểm của đoạn HC. Chứng minh rằng $\widehat{BMD}=90^\circ$.
2. Cho tam giác ABC, điểm M thuộc cạnh BC, gọi D là điểm đối xứng với M qua AB, E là điểm đối xứng của M qua AC. Vẽ hình bình hành $MDNE$. Chứng minh AN song song với BC.
3. Cho tứ giác $ABCD$, E và F theo thứ tự là trung điểm của AD và CD, biết $BE+BF=a$.
Chứng minh rằng $S_{ABCD}<\frac{a^2}{2}$.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức
$$S=\frac{1}{2ab+ac+3}+\frac{1}{2ac+bc+3}+\frac{1}{2bc+ab+3}.$$
2. Chứng minh rằng trong 5 số nguyên dương bất kỳ, tồn tại một số chia hết cho 5 hoặc một vài số có tổng chia hết cho 5.

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

[2/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Phân tích đa thức $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2a^2c^2$.
2. Tam giác ABC có ba cạnh a,b,c thỏa mãn $a^3+b^3+c^3=3abc$. Chứng minh tam giác ABC đều.
3. Đa thức $P(x)$ khi chia cho $x-2$ dư 5, khi chia cho $x+1$ dư 2, hỏi khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x-2)(x+1)$ thì đa thức dư là bao nhiêu ?

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Tìm số nguyên tố p để $4p^2+1;\ 6p^2+1$ đều là số nguyên tố.
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y)(x^3+1)=x^4+3$.
3. Tìm số tự nhiên Q biết tích của Q với các chữ số của nó bằng 1995.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Rút gọn biểu thức $M=\dfrac{(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}$.
2. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $(x^2-2x+5)(y^2-4y+9)=20-\dfrac{(x-1)^2}{y^2+5}$.
3. Cho x,y,z đôi một khác nhau thỏa mãn $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=0$. Tính giá trị biểu thức

$$S=\frac{yz-3}{x^2+2yz}+\frac{zx-3}{y^2+2zx}+\frac{xy-3}{z^2+2xy}.$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác ABC cân tại A, từ một điểm D trên đáy BC, vẽ đường thẳng vuông góc với BC, cắt các đường thẳng AB, AC ở E, F. Vẽ các hình chữ nhật $BDEH$ và $CDFK$. Chứng minh rằng A là trung điểm của HK.
2. Tam giác ABC có ba góc nhọn, vẽ các đường cao BD, CE. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của B, C trên đường thẳng ED. Chứng minh $S_{BEC}+S_{BDC}=S_{BHKC}$.
3. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a,b,c và diện tích S. Chứng minh $6S\le a^2+b^2+c^2$.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Cho tam giác vuông có số đo ba cạnh là những số nguyên, trong đó số đo của hai cạnh là số nguyên tố và hiệu của chúng bằng 8. Hỏi số đo nhỏ nhất của cạnh thứ ba có thể đạt được là bao nhiêu ?
2. Cho ba số thực dương a, b, c có tổng bằng 3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T=\frac{19b^3-a^3}{ab+5b^2}+\frac{19b^3-a^3}{bc+5c^2}+\frac{19a^3-c^3}{ca+5a^2}.$$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

[3/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Cho đa thức $f(x)$ có hệ số nguyên thỏa mãn $f(0)=2021; f(1)=2023$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ không thể có nghiệm nguyên.
2. Cho ba số nguyên a,b,c thỏa mãn $a+b+c=0$. Chứng minh rằng $2\left(a^4+b^4+c^4\right)$ là một số chính phương.
3. Cho các số a,b,c,x,y,z thỏa mãn $a+b+c=a^2+b^2+c^2=1$; $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$.

   Tính giá trị biểu thức $T=xy+yz+yz$.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Tồn tại hay không các số nguyên x,y,z thỏa mãn $x^4+y^4=7z^4+5$.
2. Chứng minh số sau là một số chính phương

$$A=\underbrace{44...44}_{2n\text{ chữ số 4}}+\underbrace{22...22}_{n+1\text{ chữ số 2}}+\underbrace{88...88}_{n\text{ chữ số 8}}+7$$

3. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^3\left(y-1\right)+xy=1$.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Tìm tất cả các số tự nhiên *n* sao cho $\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)...\left(1+\frac{1}{n^2+2n}\right)=\frac{2019}{1005}$.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x^4-6x^3+11x^2-12x+2000$.
3. Tính giá trị biểu thức sau biết rằng $a+b+c=0$

$$Q=\left(\frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}\right)\left(\frac{c}{a-b}+\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}\right).$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho điểm *E* thuộc cạnh *AC* của tam giác đều *ABC*, đường vuông góc với *AB* kẻ từ *E* cắt đường vuông góc với *BC* kẻ từ *C* tại điểm *D*. Gọi *K* là trung điểm của *AE*. Tính $\widehat{KBD}$.
2. Tính diện tích tam giác *ABC* biết $AB=3cm; AC=5cm; AM=2cm$ với AM là đường trung tuyến.
3. Cho hai điểm *A*, *B* nằm trong nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng *d*, hai điểm *M*, *N* thuộc *d* và độ dài đoạn thẳng *MN* không đổi. Xác định vị trí hai điểm *M*, *N* để đường gấp khúc *AMNB* đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Chứng minh rằng trong 6 số tự nhiên bất kỳ, tồn tại hai số có tổng hoặc hiệu chia hết cho 9.
2. Cho *x*, *y*, *z* là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=1$. Chứng minh

$$2\left(x^2+y^2+z^2\right)+9xyz\ge 1.$$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[4/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 98 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Biết rằng $8x^9+x^3=3x^2+4x+2$. Chứng minh $2x^3=x+1$.
2. Cho các số thực x, y lớn hơn 1 thỏa mãn $\begin{cases}x^3+3x+3=3x^2+4y,\\ y^3+3y+4=3y^2+5x.\end{cases}$
   Tính giá trị biểu thức $(x-1)(y-1)$.
3. Cho số tự nhiên n, chứng minh đa thức $(x+1)^{2n+1}+x^{2n}$ chia hết cho đa thức x^2+x+1.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{c}=\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$. Chứng minh $a^2+b^2+c^2$ là hợp số.
2. Tồn tại hay không số tự nhiên n thỏa mãn $n^4+2n^3-n^2-2n=25^{25}$?
3. Các số nguyên thỏa mãn $2a^2+a=3b^2+b$. Chứng minh $a-b, 2a+2b+1$ là hợp số.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Rút gọn biểu thức $M=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}+\frac{2a}{a^2+b^2}+\frac{4a^3}{a^4+b^4}+\frac{8a^7}{a^8+b^8}$.
2. Tính giá trị biểu thức $Q=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{y+2}+\frac{1}{z+2}$ biết rằng $2a=by+cz;\ \ 2b=ax+cz;\ \ 2c=ax+by$.
4. Cho ba số p, q, r thỏa mãn $p+q+r>0; pq+qr+pr>0; pqr>0$.
   Chứng minh $p^2+q^3+r^5>0$.

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB<AC$, đường cao AH. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE=AB$. Gọi M là trung điểm của BE, chứng minh HM là tia phân giác của $\widehat{AHC}$.
2. Dựng hình vuông $ABCD$ có bốn đường thẳng chứa cạnh đi qua bốn điểm E, F, G, H.
3. Tính diện tích của hình thang có hai đường chéo dài $6m, 10m$, đoạn thẳng nối trung điểm của hai đáy bằng $4m$.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Cho 13 điểm phân biệt nằm trong hay trên cạnh của một tam giác đều cạnh 6cm. Chứng minh rằng luôn tồn tại hai điểm trong số 13 điểm đã cho mà khoảng cách giữa chúng không vượt quá $\sqrt{3}cm$.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{1+u}+\frac{1}{1+v}$, trong đó u, v thỏa mãn $u, v>0; uv=4$.

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

[5/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Cho $a^3+b^3+c^3=3abc; a,b,c\neq 0$. Tính giá trị biểu thức $A=\left(\frac{a}{b}+1\right)\left(\frac{b}{c}+1\right)\left(\frac{c}{a}+1\right)$.
2. Cho đa thức $f(x)=2x^2+x-2$. Chứng minh đa thức $f\left(f\left(x\right)\right)-x$ chia hết cho đa thức $2x^2+2x-1$.
3. Phân tích đa thức $(x+1)^4+(x^2+x+1)^2$ thành nhân tử.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

4. Tồn tại hay không các số nguyên *x*, *y*, *z* thỏa mãn $x^3+y^3+z^3=2002$.
5. Chứng minh rằng n^5+n^4+1 không thể là số nguyên tố với $n>1, n\in\mathbb{N}$.
6. Tìm số nguyên dương *x* lớn nhất để 26^x chia hết cho $2023!$.

Bài 3. (2,0 *điểm*).

1. Tìm tất cả các cặp số thực (*x*; *y*) thỏa mãn $\frac{x+6}{y}=\frac{13}{xy}=\frac{4-y}{x}$.
2. Một doanh nghiệp xuất khẩu gạo ước tính rằng, trong tháng 2/2020, nếu doanh nghiệp xuất khẩu gạo với giá 500USD/tấn thì họ sẽ xuất khẩu được khoảng 860 tấn gạo. Tuy nhiên nếu hạ giá gạo, và cứ mỗi lần giảm 25USD/tấn thì sẽ xuất khẩu thêm được 50 tấn gạo. Hỏi doanh nghiệp cần bán gạo với giá bao nhiêu USD mỗi tấn để doanh thu xuất khẩu gạo trong tháng 2/2020 là lớn nhất ?
3. Cho $abc\notin\{-1;0;1\}$ và $\frac{a-b}{ab}=c-a; \frac{b-c}{bc}=a-b; \frac{c-a}{ca}=b-c$.
   Tính giá trị của biểu thức $L=(a-b)(b-c)(c-a)+2018$.

Bài 4. (3,5 *điểm*).

1. Các điểm *E*, *F* nằm trên các cạnh *AB*, *AC* của hình bình hành *ABCD* sao cho $AF=CE$. Gọi I là giao điểm của *AF* và *CE*. Chứng minh *ID* là tia phân giác của $\widehat{AIC}$.
2. Cho góc $\widehat{xOy}$ khác góc bẹt, điểm *C* chuyển động trên tia Ox, điểm *D* chuyển động trên tia Oy sao cho $OC+OD=a$. Các trung điểm *M* của đoạn thẳng *CD* nằm trên đường nào ?
3. Tam giác *ABC* vuông tại *C* có $BC=a; AC=b$. Về phía ngoài tam giác *ABC* vẽ tam giác *DAB* vuông cân tại *D*. Gọi *H*, *K* theo thứ tự là hình chiếu của *D* trên *CB*, *CA*. Tính diện tích tứ giác *DHCK*.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Trên mặt phẳng cho 6 điểm. Mỗi đoạn thẳng nối từng điểm được bôi màu đỏ hoặc xanh. Chứng minh rằng ba điểm trong số các điểm là đỉnh của một tam giác mà các cạnh của nó được bôi cùng một màu.
2. Cho các số thực dương *a*, *b*, *c* thỏa mãn $\frac{1}{a+b+1}+\frac{1}{b+c+1}+\frac{1}{c+a+1}\geq 1$.
   Chứng minh $a+b+c\geq ab+bc+ca$.

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…….....……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[6/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=24$. Tính giá trị biểu thức
$$Q=(xy+yz+xz)^2+(x^2-yz)^2+(y^2-xz)^2+(z^2-xy)^2$$
2. Phân tích đa thức $(a+b+c)^3-4(a^3+b^3+c^3)-12abc$.
3. Chứng minh với mọi số tự nhiên m, n, đa thức $T(x)=x^{6m+4}+x^{6n+2}+1$ chia hết cho đa thức $Q(x)=x^4+x^2+1$.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Tìm tất cả các số tự nhiên *n* để 3^n+19 là số chính phương.
2. Cho ba số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $c^3-2024c-a-b=0$. Tồn tại hay không số tự nhiên *m* thỏa mãn $a^3+b^3+c^3=7^m$ hay không ?
3. Cho các số nguyên dương x, y, z (với $x>1; y>1$) thỏa mãn $x^2y^2-3x+3y=z^2$.

   Chứng minh đẳng thức $\frac{x+y}{y+z}+\frac{y+z}{z+x}+\frac{z+x}{x+y}=3$.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Cho ba số x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$; $x+y+z=1$. Tính $P=x^3+y^3+z^3-3xyz$.
2. Cho hai số dương *x*, *y* thỏa mãn $x+y\le 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $C=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{7}{xy}+xy$.
3. Cho a, b, c thỏa mãn $(a+b)(b+c)(c+a)=8abc$. Chứng minh đẳng thức
$$\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+a}=\frac{3}{4}+\frac{ab}{(a+b)(b+c)}+\frac{bc}{(b+c)(c+a)}+\frac{ca}{(c+a)(a+b)}.$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác *ABC* cân tại *A*, trên cạnh *AB* và *AC* lần lượt lấy các điểm *D* và *E* sao cho $DE=BD+CE$. Tia phân giác góc $\widehat{BDE}$ cắt cạnh *BC* tại *I*. Chứng minh tam giác *DIE* vuông và đường thẳng *DI* luôn đi qua một điểm cố định.
2. Cho tam giác *ABC*, dựng điểm O nằm bên trong tam giác sao cho diện tích các tam giác AOB, BOC, COA tỉ lệ với 1;2;3.
3. Xét một hình vuông và một hình tam giác có cùng diện tích thì hình nào có chu vi lớn hơn ?

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất củabiểu thức $M=\frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2}$.
2. Một đàn chim bồ câu gồm 11 con ăn thóc trong một chiếc sân hình tam giác đều cạnh 9*m*. Chứng minh luôn rằng tồn tại 2 con chim bồ câu sao cho khoảng cách giữa chúng không vượt quá 3*m*.

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[7/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Cho ba số $a,b,c\neq 0$ thỏa mãn $\begin{cases} a^{2013}+b^{2013}+c^{2013}=1 \\ a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc=0 \end{cases}$

   Tính giá trị biểu thức $Q=\dfrac{1}{a^{2013}}+\dfrac{1}{b^{2013}}+\dfrac{1}{c^{2013}}$.
2. Cho $a+b=1$. Tính giá trị biểu thức $M=a^3+b^3+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2(a+b)$.
3. Cho đa thức $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn $P(1)=10;P(2)=20;P(3)=30$.

   Tính $\dfrac{P(12)+P(-8)}{10}+2000$.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Hai số nguyên a,b thỏa mãn $a-b$ là số nguyên chẵn và $4a^2+3ab-b^2$ chia hết cho 5. Chứng minh rằng a^2-b^2 chia hết cho 20.
2. Tìm các số tự nhiên $x,y,z\neq 0$ thỏa mãn $(x-1)^3+y^3-2z^3=0$ và $x+y+z-1$ là số nguyên tố.
3. Giải phương trình nghiệm nguyên

$$x^2y^2+8x+4y(y+1)=2\left(x^2+2xy^2+1\right).$$

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Cho các số $a,b,c,x,y,z\neq 0$ thỏa mãn $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1;\ \dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}+\dfrac{c}{z}=1$. Tính $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}$.
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên x để $Q=\dfrac{x^4+3x^3+2x^2+6x-2}{x^2+2}$ nhận giá trị nguyên.
3. Giả sử x, y là những số dương phân biệt thỏa mãn $\dfrac{y}{x+y}+\dfrac{2y^2}{x^2+y^2}+\dfrac{4y^4}{x^4+y^4}+\dfrac{8y^8}{x^8-y^8}=4$.

   Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x^4-5y+2018$.

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác ABC, trên tia BA lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $BM=CN$. Chứng minh rằng đường trung trực của MN luôn đi qua một điểm cố định.
2. Một hình thang cân có đường cao bằng nửa tổng hai đáy, tính góc tạo bởi hai đường chéo hình thang.
3. Các đường chéo một tứ giác chia tứ giác đó thành bốn tam giác, trong đó ba tam giác có diện tích bằng $30cm^2;60cm^2;90cm^2$.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Cho 51 số nguyên dương khác nhau bất kỳ không vượt quá 99. Chứng minh rằng tồn tại hai số có hiệu bằng 2.
2. Cho bốn số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $a+b+c+d=4$. Chứng minh

$$\frac{a}{1+b^2c}+\frac{b}{1+c^2a}+\frac{c}{1+d^2a}+\frac{d}{1+a^2b}\geq 2.$$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…….....……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[8/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Cho đa thức $f(x)=ax^2+bx+c$ thỏa mãn $13a+b+2c=0$. Chứng minh $f(-2).f(3)\le 0$.
2. Tìm tất cả các cặp số (x;y) thỏa mãn $\begin{cases} x^2+y^2-xy=1, \\ 2x^7=(x+y)\left(x^4+y^4\right). \end{cases}$
3. Xác minh rằng $1^2-2^2+3^2-4^2+...-2018^2+2019^2=2039190$.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Giải phương trình nghiệm nguyên $y^3=x^3+2x$.
2. Cho hai số nguyên a,b, chứng minh $a^2+b^2\,|13 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 13\,|\,2a+3b \\ 13\,|\,3a+2b \end{array}\right.$
3. Tồn tại hay không các số nguyên x, y thỏa mãn $(x-y+z)^5+(x+y)^{10}=\dfrac{11xy(x+1)}{2}+3$.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Cho x, y phân biệt thỏa mãn $\dfrac{1}{x^2+1}+\dfrac{1}{y^2+1}=\dfrac{2}{xy+1}$. Tính $H=\dfrac{1}{x^2+1}+\dfrac{1}{y^2+1}+\dfrac{2}{xy+1}$.
2. Cho $x+\dfrac{1}{x}=a$. Tính $x^5+\dfrac{1}{x^5}$.
3. Cho a,b,c không âm thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

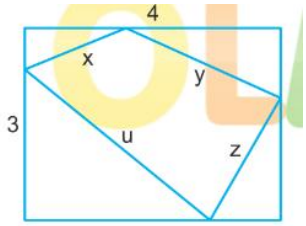
$$M=\frac{ab}{c+1}+\frac{bc}{a+1}+\frac{ca}{b+1}.$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=2AD;\widehat{D}=70^\circ$, H là hình chiếu của B trên AD, M là trung điểm của CD. Tính $\widehat{HMC}$.
2. Cho hình vuông $ABCD$ có điểm E thuộc cạnh CD, điểm F thuộc cạnh BC. Chứng minh rằng chu vi tam giác CEF bằng nửa chu vi hình vuông khi và chỉ khi $\widehat{EAF}=45^\circ$.
3. Tính diện tích hình thang $ABCD$ có cạnh bên $AD=a$, khoảng cách từ trung điểm E của BC đến AD bằng h.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Trong hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là 3 và 4 người ta đặt 4 điểm tùy ý trên các cạnh của nó, 4 điểm này tạo thành một tứ giác có độ dài các cạnh là x,y,z,u.



Chứng minh $25\le x^2+y^2+z^2+u^2\le 50$.

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=3(a+b+c)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[9/HSG/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Giả sử các số p,q,r đôi một khác nhau và thỏa mãn đồng thời các điều kiện $p^2-q=q^2-r=r^2-p$. Hãy tính các giá trị của biểu thức $A=(p+q+1)(q+r+1)(r+p+1)$.
2. Cho đa thức $f(x)=x^2-4$. Giả sử đa thức $P(x)=x^5+ax^2+b$ có 5 nghiệm là $x_1;x_2;x_3;x_4;x_5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=f(x_1).f(x_2).f(x_3).f(x_4).f(x_5)$.
3. Xét các tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0;a<b)$.

   Biết rằng $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B=\dfrac{a+b+c}{b-a}$.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^4-y^4=3y^2+1$.
2. Chứng minh rằng xyz chia hết cho 7 nếu $x,y,z\in\mathbb{Z}$ thỏa mãn $x^3+y^3=z^3$.
3. Tồn tại hay không các cặp số tự nhiên $(m;n)$ thỏa mãn $n^2+3n+5=15.11^m$.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $(2x-3y+1)^2+1=\dfrac{2x-1}{x^2-2x+3}$.
2. Cho $0<a<1;0<b<1;0<c<1$ Chứng minh có ít nhất một trong các bất đẳng thức sau là sai
$$a(1-b)>0,25;\qquad b(1-c)>0,25;\qquad c(1-a)>0,25.$$
3. Cho $x,y,z>0$ thỏa mãn $x+y+z=xyz$. Chứng minh đẳng thức
$$\frac{x}{1+x^2}+\frac{2y}{1+y^2}+\frac{3z}{1+z^2}=\frac{xyz(5x+4y+3z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}.$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC}=40^\circ$. Điểm M nằm trong tam giác sao cho $\widehat{MBC}=40^\circ;\widehat{MCB}=20^\circ$. Tính số đo góc $\widehat{MAB}$.
2. Cho hình vuông $ABCD$, điểm E trên cạnh BC, vẽ tam giác AEF vuông cân tại E (F và A thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ BC). Gọi I là giao điểm của AF và BC. Chứng minh rằng EA là tia phân giác của góc $\widehat{DEI}$.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Một giải đấu bóng đá có 12 đội tham dự, thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kỳ thi đấu với nhau đúng một trận). Chứng minh rằng sau 4 vòng đầu (mỗi đội thi đấu đúng 4 trận) luôn tìm được ba đội đôi một chưa thi đấu với nhau.
2. Chứng minh rằng với số nguyên dương $n\geq 6$ thì số sau là một số chính phương
$$a_n=1+\frac{2.6.10...(4n-2)}{(n+5)(n+6)...2n}.$$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…….....……;Số báo danh:……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

[10/HỌC KỲ I]

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

MÔN THI: TOÁN 8 (NỘI DUNG HỌC KỲ I)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 *điểm*).

1. Tìm x biết $2004x^4+2001x^3+2008x^2+2004x+2004=0$.
2. Tìm tất cả các bộ số $(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0,\\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2\end{cases}$
3. Đa thức với hệ số nguyên thỏa mãn $P(1)=3;\ P(3)=7$. Tìm số dư khi chia đa thức cho $P(x)$ cho đa thức x^2-4x+3.

Bài 2. (2,0 *điểm*).

1. Chứng minh rằng $7\mid 2a+b \Leftrightarrow 49\mid 3a^2+10ab-8b^2$ với $a,b\in\mathbb{N}$.
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^3-y^3=13(x^2+y^2)$.
3. Tìm tất cả các số tự nhiên n để $6n^4-n^3+13n^2-9n+6$ là số nguyên tố.

Bài 3. (2,5 *điểm*).

1. Cho $a,b,c\neq 0$ và $a+b+c\neq 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$.

   Chứng minh $\frac{1}{a^n}+\frac{1}{b^n}+\frac{1}{c^n}=\frac{1}{a^n+b^n+c^n}$ với n là số nguyên dương lẻ.
2. Cho a,b,c khác nhau thỏa mãn $\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}=0$. Tính $\frac{a}{(b-c)^2}+\frac{b}{(c-a)^2}+\frac{c}{(a-b)^2}$.
3. Cho $x>0;y>0$ thỏa mãn $x^3+y^3+6xy=8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$K=(x-1)^4+(y+1)^4.$$

Bài 4. (3,0 *điểm*).

1. Cho tam giác ABC, các điểm K, N và M theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, AK. Chứng minh rằng chu vi tam giác AKC lớn hơn chu vi tam giác CMN.
2. Cho hình vuông $ABCD$, E là điểm nằm bên trong hình vuông sao cho $\widehat{EBC}=\widehat{ECB}=15^\circ$. Chứng minh rằng tam giác AED đều.

Bài 5. (0,5 *điểm*). *Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý* (5.1 *hoặc* 5.2).

1. Cho các số thực x,y,z đôi một phân biệt. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$M=\left(\frac{2x-y}{x-y}\right)^2+\left(\frac{2y-z}{y-z}\right)^2+\left(\frac{2z-x}{z-x}\right)^2.$$
2. Mọi điểm trên mặt phẳng được đánh dấu bởi một trong hai dấu (+) hoặc (–). Chứng minh rằng luôn chỉ ra được ba điểm trên mặt phẳng làm thành tam giác vuông cân mà ba đỉnh của nó được đánh cùng dấu.

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…….....……;Số báo danh:……..